

В предыдущих сериях – 2.

I Алгебраические дроби. (1 балл)

Упростите выражение: $\left(\frac{2m-5}{4m^2+6mn+15n-25} + \frac{2m-3n-5}{25-4m^2}\right) \div \frac{3n^2}{4m^2-20m+6mn+25-15n} - \frac{6m+18}{2m+5}$.

II Математическая индукция. (1 балл) Докажите, что $\forall n \in N (4^{2n+1} + 3^{2n+1} - 7) : 84$.

II Квадратные корни. (1 балл) Упростите выражение: $\frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}(5+2\sqrt{6})(49-20\sqrt{6})}{\sqrt{27}-3\sqrt{18}+3\sqrt{12}-\sqrt{8}}$.

III Уравнения. Решите уравнения:

(1 балл) а) $x^3 - 7x - 6 = 0$; (3 балла) б) $(x^2 - x + 1)^3 + 2x^4(x^2 - x + 1) - 3x^6 = 0$;

(2 балла) в) $\frac{3}{x^2-2x+1} + \frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{x+1}$; (2 балла) г) $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = 2,9$; (3 балла) д) $\left(\frac{x-1}{2x+1}\right)^2 + \left|\frac{x-1}{2x+1}\right| = 12$.

V Теорема Виета.

(3 балла) А) Найдите $x_1^3 + x_2^3$, если x_1 и x_2 – корни уравнения $9x^2 + 18x - 8 = 0$.

(3 балла) Б) Найти площадь треугольника, длины сторон которого являются корнями уравнения: $x^3 - 10x^2 + 31x - 29 = 0$.

VI Задачи с параметрами.

1. (2 балла) Решите для любого значения параметра a уравнения: $ax^2 - 4x + (a + 3) = 0$.

2. (3 балла) При каких значениях параметра a уравнение: $\frac{ax^2+2x-3}{x-1} = 0$ имеет единственное решение?

3. (3 балла) При каких значениях параметра a хотя бы при одном значении параметра c система уравнений $\begin{cases} bx + y = ac^2; \\ x + by = ac + 1 \end{cases}$ имеет решения для любых значений параметра b ?

VII Текстовые задачи.

(3 балла) Решите задачу: Моторная лодка прошла 60 км против течения реки и 60 км по течению реки, затратив на путь против течения на 50 мин больше, чем на путь по течению. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде 21 км/ч.

VIII Графики функций. Множества точек.

(3 балла) Изобразите множество точек плоскости, координаты которых (x, y) удовлетворяют неравенству: $|x| + 2|y - 1| \geq 4$.

IX Многочлены.

(2 балла) А) Найдите остаток от деления многочлена $2019x^{2018} - 2018x^{2019} + 1$ на $x^2 - 1$.

(3 балла) Б) Разложите многочлен $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ на множители.

X Олимпиадные.

1. (2 балла) За круглым столом сидят 100 человек. Каждый из них либо рыцарь, либо лжец, либо чужак. Рыцарь всегда говорит правду, лжец всегда лжет. Чужак говорит правду, если слева от него сидит лжец; ложь, если слева от него сидит рыцарь; все что угодно, если слева от него сидит чужак. Каждый сказал: “Справа от меня сидит лжец”. Сколько за столом лжецов? Перечислите все возможные ответы и докажите, что других нет.

2. (2 балла) Найдите наименьшее натуральное число N , у которого существует три различных натуральных делителя, произведение которых равно 14^{600} .

3. (3 балла) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BD и CE . Точка, симметричная точке E относительно прямой BD , лежит на описанной окружности треугольника ABC . Найдите отношение $AD : CD$.